# வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
# தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
# மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2020

FWC

**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru**
**In Collaboration with Provincial Department of Education**
**Northern Province**
**Third Term Examination - 2020**

| தரம் :- 12 (2021) | இணைந்த கணிதம் – A | மூன்று மணித்தியாலம் 10 நிமிடம் |
|---|---|---|

| சுட்டெண் | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|

**அறிவுறுத்தல்கள்:**

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

| இணைந்த கணிதம் I | | |
|---|---|---|
| பகுதி | வினா எண் | கிடைத்த புள்ளிகள் |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| வினாத்தாள் I இன் மொத்தம் | | |

| | |
|---|---|
| இணைந்த கணிதம் I | |
| இணைந்த கணிதம் II | |
| இறுதிப் புள்ளிகள் | |

1) $f(x) = x^2 - 2ax - 2bx + a^2 + b^2$ என்னும் இருபடிச் சார்பின் இழிவுப்புள்ளி (3,-4) எனின் $a, b$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

2) $y = 4x - x^2$, $y = |x|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பருமபடியாக வரைக. இதிலிருந்து சமனிலி $x(4 - x) \geq |x|$ ஐத் திருப்திப்படுத்தும் $x$ இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் கணிக்க.

3) $\frac{x}{(x+1)(x+2)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக. இதிலிருந்து $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக.

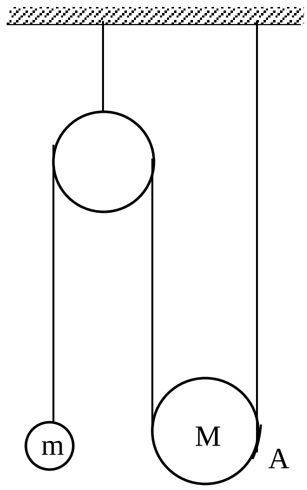
........................................................................................................................

4) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1-sinx}{(2x-\pi)^2}$ ஐப் பெறுமானங்கணிக்க.

........................................................................................................................

5) $tan^{-1}\left(\frac{1}{2x-1}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) = tan^{-1}2$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

6) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இழை M திணிவுடைய அசையும் கம்பி A ஊடாக சென்று m திணிவுள்ள துணிக்கையை காவுகிறது. இழை இறுக்கமாக ஓய்விலிருந்து விடப்படின் m இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க



7) A, B என்பவர்கள் முறையே $75\,ms^{-1}, 60\,ms^{-1}$ சீரான வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் ஒரே நேர்கோட்டில் செல்கின்றார். ஆரம்பத்தில் இவர்களுக்கிடையாக தூரம் 300 m எனின் இவர்கள் சந்திக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

8) $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} = \underline{0}, |\underline{a}| = 1, |\underline{b}| = 4, |\underline{c}| = 2$ எனின் $\underline{a} \cdot \underline{b} + \underline{b} \cdot \underline{c} + \underline{c} \cdot \underline{a}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

9) ஒரு புள்ளியில் தாக்கும் P, Q என்ற விசைகளின் விளையுள் R ஆகும். P மாறாது Q இரட்டிக்கப்படின் விளையுள் 2R ஆகும். P மாறாது Q புறமாற்று செய்யப்படின் விளையுள் 2R. எனின் $\frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{Q}{\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

10) முக்கோணி ABC இன் நிமிர்மையம் H. P, Q, R என்ற விசைகள் முறையே $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$ வழியே தாக்கி சமநிலையிலுள்ளன. $\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$ எனக் காட்டுக.

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2020

**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru**
**In Collaboration with Provincial Department of Education**
**Northern Province**
**Third Term Examination - 2020**

FWC

**தரம் :- 12 (2021)** **இணைந்தகணிதம் –B**

11) a) $\alpha, \beta$ என்பன $x^2 - bx + c = 0$ இன் மூலங்களாகும். $(\alpha^3 + \beta^3) = b^3 - 3bc$ எனக் காட்டுக. $\alpha^3, \beta^3$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $x^2 - (b^3 - 3bc)x + c^3 = 0$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து $(1 + \alpha^3), (1 + \beta^3)$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

b) $f(x) \equiv x^2 + (\lambda + 2)x + 2\lambda$ என்க. $\lambda \in \mathbb{R}$

(i) $\lambda$ இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக்காட்டுக.

(ii) $f(x) = 0$ இன் மூலங்களின் வித்தியாசம் *1* ஆக இருப்பின் $\lambda$ இன் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

c) $g(x) \equiv x^3 - 3x + 5$ என்க. $g(x)$ ஐ $(x^2 - 3x + 2)$ ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி $(4x - 1)$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $x^2 - 7x + 6$ ஐ ஏகபரிமமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாகத் தருக.

12) a) $x \neq 0$ இற்கு $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^3}$ எனக் கொள்வோம். $x \neq 0$ இற்கு $f'(x) = -\frac{3(x^2-1)}{x^4}$ எனக்காட்டுக. $x \neq 0$ இற்கு $f''(x) = \frac{6(x^2-2)}{x^5}$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது. அணுகுகோடுகள், திரும்பற்புள்ளிகள், விபத்திப்புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

b) மூடியற்ற ஒரு செவ்வட்ட உருளைக் கொள்கலமொன்று $729\pi\, m^3$ கொள்ளளவைக் கொண்டிருக்குமாறு உருவாக்கப்பட வேண்டியுள்ளது. கொள்கலத்தின் வெளிமேற்பரப்பளவு இழிவாக இருப்பதற்கு அதன் ஆரையையும் உயரத்தையும் காண்க.

13) புள்ளி $P\,(\alpha, \beta)$ இலிருந்து நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து நேர்கோடுகள் $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ என்பன இடைவெட்டும் கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகள்.

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$ எனக் காட்டுக.

சாய்சதுரம் ABCD இன் பக்கங்கள் AB, AD ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $4x-3y-5=0$, $y-1=0$ ஆகும். $B\widehat{A}D$ ஒரு விரிகோணமாகும். மேலும் BD ஆனது (3,4) என்னும் புள்ளியினூடு செல்கின்றது.

(i) மூலைவிட்டம் AC யின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) மூலைவிட்டம் BD யின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iii) பக்கங்கள் BC, CD ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

*14)* a) $\cos 2\theta = 1-2sin^2\theta$ எனவும் $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\,sin^3\theta$ எனவும் காட்டுக.

இதனைப்பயன்படுத்தி $\cos 2\theta - \sin 3\theta = 4t^3 - 2t^2 - 3t + 1$ எனக்காட்டுக. இங்கு $t=\sin\theta$

$\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$ இற்கு $\cos 2\theta - \sin 3\theta = 0$ ஐத் தீர்க்க. இதிலிருந்து சமன்பாடு $4t^3-2t^2-3t+1=0$ இன் மூன்று மூலகங்களை எழுதி சமன்பாடு $4t^2+2t-1=0$ இன் மூலகங்கள் $\sin\frac{9\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ என்பதை உய்த்தறிக.

b) முக்கோணி ஒன்றின் கோணங்கள் $\theta$, $\frac{\pi}{2}-2\theta$, $\frac{\pi}{2}+\theta$ உம் அவற்றிற்கு எதிரே உள்ள பக்கங்கள் முறையே $p-q, \frac{P}{\sqrt{P^2+q^2}}$, $p+q$ உம் ஆகும். இங்கு $p>2q>0$ ஆகும். $\cos\theta = \frac{(p+q)}{\sqrt{2(p^2+q^2)}}$ எனக் காட்டுக. $\sin\theta, \cos 2\theta$ இற்குமான ஒத்தகோவைகளைப் பெறுக. $q=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ என்பதை உய்த்தறிக.

*15)* a) O என்ற நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து நேர்கோட்டில் இயங்கும் துணிக்கை A இன் இடப்பெயர்ச்சி $x$ ஆனது நேரம் t இல் $x=(t-1)(t-5)$ என்பதால் தரப்படுகிறது.

(i) t = 0 இலிருந்து t = 6 வரைக்குமான வேகநேர வரைபை வரைக.

(ii) t = 0 இலிருந்து t = 4 வரையான இடப்பெயர்ச்சி யாது?

(iii) t = 0 இற்கும் t = 4 இற்கும் இடையான சராசரிவேகம் யாது?

b) நண்பகல் 12 மணிக்கு O என்ற புள்ளிக்கு மேற்கே 12 km தூரத்தில் $12\,kmh^{-1}$ வேகத்தில் A என்ற கப்பல் கிழக்கே சென்று கொண்டிருந்தது. அதே நேரம் B என்ற கப்பல் O இற்கு வடக்கே $4\sqrt{3}\,km$ தூரத்தில் $12\sqrt{3}\,kmh^{-1}$ வேகத்துடன் தெற்கு நோக்கி சென்று கொண்டிருந்தது.

(i) A ன் B தொடர்பாக வேகம் யாது?

(ii) இவற்றிற்கு இடையான மிகக் கிட்டிய தூரம் யாது?

16) a) புள்ளி O வை உற்பத்தியாக கொண்டு ஒரு துணிக்கை $(4\sqrt{3}\,\underline{i} + 4\underline{j})ms^{-1}$ வேகத்துடன் O வில் இருந்து வீசப்படுகின்றது. நிலத்திலிருந்து O, 30 cm உயரத்திலுள்ளது. பறத்தலின் போது

(i) துணிக்கையின் எறியற்பாதையின் சமன்பாடு

$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{49x^2}{480}$ எனக் காட்டுக.

(ii) பறத்தலின் போது O இலிருந்து 4m கிடைத்தூரத்திலுள்ள புள்ளி ஊடாக துணிக்கை செல்லும் எனின் நிலத்திலிருந்து அப்புள்ளியின் உயரத்தைக் காண்க.

b) ABC என்பது M திணிவுடைய இருப்பின் திணிவு மையத்தினூடான குறுக்கு வெட்டைக் குறிக்கின்றது. $A\hat{B}C = \alpha$ ஆகும் BC ஒப்பமான கிடைமேசையில் வைக்கப்பட்டு ஒப்பமான முகம் AB இன் மீது m திணிவுள்ள துணிக்கை வைக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படும்.

(i) ஆப்பின் மீது செயற்படும் விசைகளை குறித்துகாட்டுக.

(ii) ஆப்பு, துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கு தேவையான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(iii) ஆப்பின் ஆர்முடுகல், ஆப்பு சார்பான துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காண்க.

17) a) O குறித்து A, B எள்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ எனின் AB என்ற நேர்கோட்டிலுள்ள எப்புள்ளியின் தானக்காவியையும் $\lambda\underline{a} + (1-\lambda)b$ என எழுதலாம். எனக்காட்டுக. A, B, C என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}$ , $\underline{b}$, $2(\underline{b} - \underline{a})$ ஆகும். D என்ற புள்ளியின் தானக்காவி $\frac{2}{3}\underline{b}$ ஆகும்.

I. A, D, C ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ளது எனக் காட்டுக.

AC, OB இடைவெட்டும் புள்ளியை உய்த்தறிக.

II. OA, CB என்பன சந்திக்கும் புள்ளியின் தானக்காவியைக் காண்க.

b) ABCDEF ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி – O அதன் மையம் பக்கநீளம் a.**ஆகும்** 1, 2, 3, $\lambda, \mu, \nu$ $N$ விசைகள் முறையே AB, BC, CD, ED, EF, AF வழியே தாக்குகின்றன.

I. தொகுதி சமநிலையிலிருந்து $\lambda, \mu, \nu$ என்பவற்றைக்காண்க.

II. $\lambda, \mu, \nu$ என்ற விசைகள் நீக்கப்பட்டு O ஊடான ஒரு தளவிசையும், இணையும் சேர்க்கப்படின் தொகுதி சமநிலையடையும் எனின்.

i. சேர்க்கப்பட்ட விசையின் பருமனையும் திசையையும் இணையையும் காண்க.